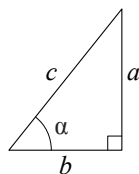


Тригонометрические функции

Прямоугольный треугольник

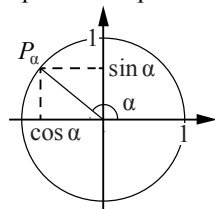


$$\sin \alpha = \frac{a}{c}$$

$$\cos \alpha = \frac{b}{c}$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{a}{b}$$

Тригонометрическая окружность



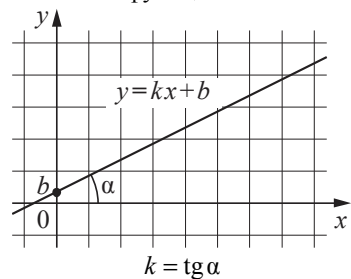
Основное тригонометрическое тождество: $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$

Некоторые значения тригонометрических функций

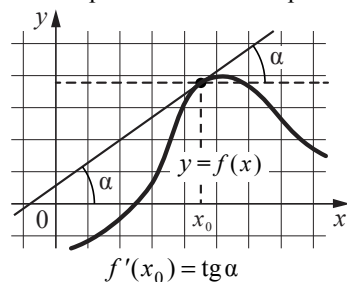
α	радианы	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	π	$\frac{3\pi}{2}$	2π
	градусы	0°	30°	45°	60°	90°	180°	270°	360°
$\sin \alpha$		0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	0	-1	0
$\cos \alpha$		1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	-1	0	1
$\operatorname{tg} \alpha$		0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	—	0	—	0

Функции

Линейная функция



Геометрический смысл производной



Справочные материалы

Алгебра

Таблица квадратов целых чисел от 0 до 99

Десятки	Единицы									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	0	1	4	9	16	25	36	49	64	81
1	100	121	144	169	196	225	256	289	324	361
2	400	441	484	529	576	625	676	729	784	841
3	900	961	1024	1089	1156	1225	1296	1369	1444	1521
4	1600	1681	1764	1849	1936	2025	2116	2209	2304	2401
5	2500	2601	2704	2809	2916	3025	3136	3249	3364	3481
6	3600	3721	3844	3969	4096	4225	4356	4489	4624	4761
7	4900	5041	5184	5329	5476	5625	5776	5929	6084	6241
8	6400	6561	6724	6889	7056	7225	7396	7569	7744	7921
9	8100	8281	8464	8649	8836	9025	9216	9409	9604	9801

Свойства арифметического квадратного корня

$$\sqrt{ab} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b} \text{ при } a \geq 0, b \geq 0$$

$$\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} \text{ при } a \geq 0, b > 0$$

Корни квадратного уравнения $ax^2 + bx + c = 0, a \neq 0$

$$x_1 = \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}, \quad x_2 = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \text{ при } b^2 - 4ac > 0$$

$$x = -\frac{b}{2a} \text{ при } b^2 - 4ac = 0$$

Формулы сокращенного умножения

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

$$a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$$

Степень и логарифм

Свойства степени при $a > 0, b > 0$

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n}$$

$$a^n \cdot a^m = a^{n+m}$$

$$\frac{a^n}{a^m} = a^{n-m}$$

$$(a^n)^m = a^{nm}$$

$$(ab)^n = a^n \cdot b^n$$

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$$

Свойства логарифма при $a > 0, a \neq 1, b > 0, x > 0, y > 0$

$$a^{\log_a b} = b$$

$$\log_a a = 1$$

$$\log_a 1 = 0$$

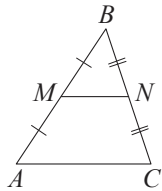
$$\log_a(xy) = \log_a x + \log_a y$$

$$\log_a\left(\frac{x}{y}\right) = \log_a x - \log_a y$$

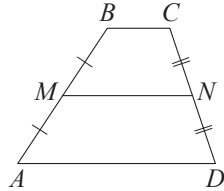
$$\log_a b^k = k \log_a b$$

Геометрия

Средняя линия треугольника и трапеции

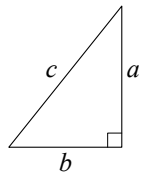


MN — ср. лин.
 $MN \parallel AC$
 $MN = \frac{AC}{2}$



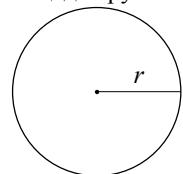
$BC \parallel AD$
 MN — ср. лин.
 $MN \parallel AD$
 $MN = \frac{BC + AD}{2}$

Теорема Пифагора



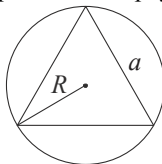
$$a^2 + b^2 = c^2$$

Длина окружности
Площадь круга

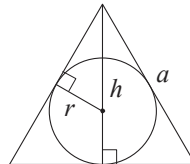


$C = 2\pi r$
 $S = \pi r^2$

Правильный треугольник



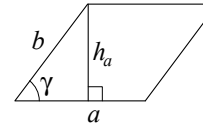
$R = \frac{a\sqrt{3}}{3}$
 $S = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$



$r = \frac{a\sqrt{3}}{6}$
 $h = \frac{a\sqrt{3}}{2}$

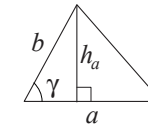
Площади фигур

Параллелограмм



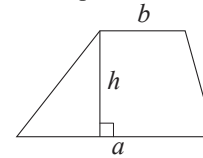
$S = ah_a$
 $S = absin \gamma$

Треугольник



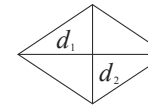
$S = \frac{1}{2}ah_a$
 $S = \frac{1}{2}absin \gamma$

Трапеция



$S = \frac{a+b}{2} \cdot h$

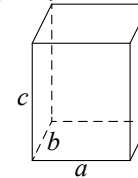
Ромб



d_1, d_2 — диагонали
 $S = \frac{1}{2}d_1d_2$

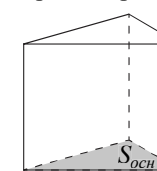
Площади поверхностей и объёмы тел

Прямоугольный параллелепипед



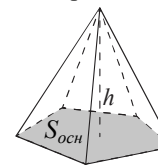
$V = abc$

Прямая призма



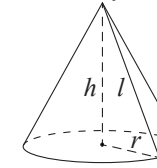
$V = S_{осн}h$

Пирамида



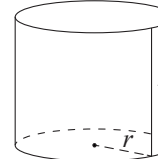
$V = \frac{1}{3}S_{осн}h$

Конус



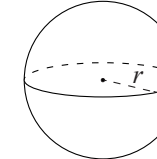
$V = \frac{1}{3}\pi r^2 h$
 $S_{бок} = \pi r l$

Цилиндр



$V = \pi r^2 h$
 $S_{бок} = 2\pi r h$

Шар



$V = \frac{4}{3}\pi r^3$
 $S = 4\pi r^2$

Свойства логарифмов

1. $a^{\log_a x} = x, x > 0$
2. $\log_a a = 1$
3. $\log_a 1 = 0$
4. $\log_a (x_1 x_2) = \log_a x_1 + \log_a x_2$
5. $\log_a \frac{x_1}{x_2} = \log_a x_1 - \log_a x_2$
6. $\log_a x^p = p \log_a x$
7. $\log_{a^p} x = \frac{1}{p} \log_a x$
8. $\log_a x = \frac{\log_b x}{\log_b a}$
9. $\log_a b = \frac{1}{\log_b a}$ или $\log_a b \cdot \log_b a = 1$

Свойства степеней

1. $a^1 = a$
2. $a^0 = 1$
3. $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$
4. $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$
5. $(a^n)^m = a^{n \cdot m}$
6. $(a \cdot b)^n = a^n \cdot b^n$
7. $\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$
8. $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$

Свойства арифметических корней

1. $\sqrt[n]{ab} = \sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b}$
2. $\sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}$
3. $(\sqrt[n]{a})^k = \sqrt[n]{a^k}$
4. $\sqrt[k]{\sqrt[n]{a}} = \sqrt[kn]{a}$
5. $\sqrt[n]{a} = \sqrt[nk]{a^k}$
6. $(\sqrt[n]{a})^n = a \quad (a \geq 0)$
7. $\sqrt{a^2} = |a|$
8. $\sqrt[2n]{a^{2n}} = |a|$
9. $\sqrt[2n+1]{-a} = -\sqrt[2n+1]{a} \quad (a \geq 0)$

Основные тригонометрические формулы

Соотношения между тригонометрическими функциями одного и того же аргумента

$$\sin^2 x + \cos^2 x = 1$$

$$\operatorname{tg} x = \frac{\sin x}{\cos x}, \quad \operatorname{ctg} x = \frac{\cos x}{\sin x}$$

$$\operatorname{tg} x \cdot \operatorname{ctg} x = 1$$

$$1 + \operatorname{tg}^2 x = \frac{1}{\cos^2 x}$$

$$1 + \operatorname{ctg}^2 x = \frac{1}{\sin^2 x}$$

Формулы сложения

$$\sin(x \pm y) = \sin x \cos y \pm \cos x \sin y$$

$$\cos(x \pm y) = \cos x \cos y \mp \sin x \sin y$$

$$\operatorname{tg}(x + y) = \frac{\operatorname{tg} x + \operatorname{tg} y}{1 - \operatorname{tg} x \operatorname{tg} y}$$

$$\operatorname{tg}(x - y) = \frac{\operatorname{tg} x - \operatorname{tg} y}{1 + \operatorname{tg} x \operatorname{tg} y}$$

Формулы двойного аргумента

$$\sin 2x = 2 \sin x \cos x$$

$$\cos 2x = \cos^2 x - \sin^2 x = 2 \cos^2 x - 1 = 1 - 2 \sin^2 x$$

$$\operatorname{tg} 2x = \frac{2 \operatorname{tg} x}{1 - \operatorname{tg}^2 x}$$

Формулы половинного аргумента

$$\sin^2 \frac{x}{2} = \frac{1 - \cos x}{2}$$

$$\cos^2 \frac{x}{2} = \frac{1 + \cos x}{2}$$

$$\operatorname{tg} \frac{x}{2} = \frac{\sin x}{1 + \cos x} = \frac{1 - \cos x}{\sin x}, \quad x \neq \pi + 2\pi n, n \in Z$$

Формулы преобразования суммы в произведение

$$\sin x + \sin y = 2 \sin \frac{x+y}{2} \cos \frac{x-y}{2}$$

$$\sin x - \sin y = 2 \cos \frac{x+y}{2} \sin \frac{x-y}{2}$$

$$\cos x + \cos y = 2 \cos \frac{x+y}{2} \cos \frac{x-y}{2}$$

$$\cos x - \cos y = -2 \sin \frac{x+y}{2} \sin \frac{x-y}{2}$$

$$\operatorname{tg} x \pm \operatorname{tg} y = \frac{\sin(x \pm y)}{\cos x \cos y}$$

<бонус>

$$\sin x \pm \cos x = \sqrt{2} \sin \left(x \pm \frac{\pi}{4} \right)$$

$$\sin x + \cos y = \sin x + \sin \left(\frac{\pi}{2} - y \right) = 2 \sin \left(\frac{x-y}{2} + \frac{\pi}{4} \right) \cos \left(\frac{x+y}{2} - \frac{\pi}{4} \right)$$

$$\sin x - \cos y = \sin x - \sin \left(\frac{\pi}{2} - y \right) = 2 \sin \left(\frac{x+y}{2} - \frac{\pi}{4} \right) \cos \left(\frac{x-y}{2} + \frac{\pi}{4} \right)$$

Формулы преобразования произведения в сумму

$$\sin x \sin y = \frac{1}{2} (\cos(x-y) - \cos(x+y))$$

$$\cos x \cos y = \frac{1}{2} (\cos(x-y) + \cos(x+y))$$

$$\sin x \cos y = \frac{1}{2} (\sin(x-y) + \sin(x+y))$$

Соотношения между $\sin x$, $\cos x$ и $\operatorname{tg} \left(\frac{x}{2} \right)$

$$\sin x = \frac{2 \operatorname{tg} \frac{x}{2}}{1 + \operatorname{tg}^2 \frac{x}{2}}, x \neq (2n+1)\pi, n \in Z$$

$$\cos x = \frac{1 - \operatorname{tg}^2 \frac{x}{2}}{1 + \operatorname{tg}^2 \frac{x}{2}}, x \neq (2n+1)\pi, n \in Z$$

Многочлены

$$a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$$

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

$$(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$

$$(a - b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$$

$$a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2)$$

$$a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$$

$ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2)$, где x_1 и x_2 - корни уравнения $ax^2 + bx + c = 0$